

ベクトル解析



鈴木 孝明

部署番号:1310 内線:2343 E-mail: suzuki@eng.kagawa-u.ac.jp



2 とりあえず自己紹介

- 知能機械システム工学科 / 准教授 (2008年4月着任)
- 専門分野; マイクロシステム工学・計算機科学
- 誕生日; 1976年1月 群馬県
- 部屋番号; 1310 内線; 2343
- E-mail; suzuki@eng.kagawa-u.ac.jp








- 前職
京都大学 工学研究科 マイクロエンジニアリング専攻/助教

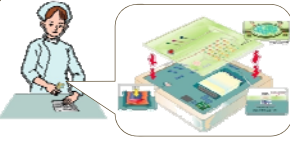


マイクロ流体システム, μ TAS (Total Analysis Systems)






半導体製造技術 (FROM香川) マイクロ流路 (50~200 μ m) 人の毛髪 (約100 μ m)

**半導体製造技術をベースとした微細加工技術により、
化学・生物学の実験室・プラントを一枚のチップ上に実現**



血液1滴で高速診断



再生医療や創薬への応用
(細胞の操作&計測)


Research Targets of SyncMEMS Lab.

微細加工技術の開発・解析

- 微小物 (μ mオーダー) の集積化技術
- 3次元露光法
- スパッタ法による機能性薄膜の成膜

マイクロデバイスの開発・評価

- 多層マイクロ流路
- パルプレスマイクロポンプ
- 多相流を用いたマイクロミキサ
- マイクロアトマイザ



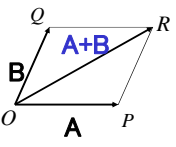
加工 要素 応用

マイクロシステムのバイオ応用

- 細胞への遺伝子導入用マイクロチップ
- 染色体DNA伸長固定マイクロチップ
- ナノデバイスによる医療用検査システム

5 授業の目標

力のように方向を持っている量が加法が平行四辺形の法則に従うものがベクトルである。

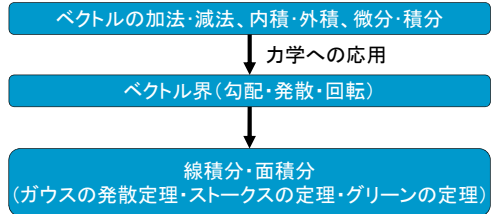


力学や流体力学、電磁気学等における物理量の多くはベクトルであるから、それらの学問をしっかりと理解するためにはベクトルの知識は不可欠である。

本授業は、工学で多く利用されるベクトルの公式・定理について詳述していくが、演習問題を解くことでその活用ができるようになることが最終的な目標となる。

6 授業の概要

本講義は、まず数学的な基本事項、すなわちベクトルの加法・減法、内積・外積、微分・積分について学ぶ。次に多変数関数としてのベクトル界に発展させ、線積分・面積分、ベクトルポテンシャル等の定理、方程式を学ぶが、その応用として工学問題への適用法について適宜述べることとする。



7

受講のルール

- 出席について
 - 出席点を付けるために、出欠確認を行います。(確認方法は、少しずつ変更していきます。)
 - 16:20-17:50の授業時間について、20分以上の遅刻(16:00以降)は、遅刻扱いとします。(ただし、20分以上の遅刻であっても、授業を受ける自由はあります。)
 - 中間テストをします。
- 私語、飲食、携帯電話の使用は厳禁
 - 授業の妨げ(他の受講者・講師の精神衛生)となるので、私語・飲食・携帯電話の使用は控えてください。
 - 居眠りは構いません。(ただし、大きなイビキは禁止。)
 - 携帯電話はマナーモードにして、触らないでください。

8

評価方法

- 出席点(演習問題:レポート)・中間テスト・期末テストの合計点で評価します。
- 小テスト・期末テストは、授業を受けていれば簡単に解ける問題のみにする予定です。

↑
あまり難しく考えず(式の展開を追いかけず)、
概念を理解することから始めましょう。

教科書

安達忠次、ベクトル解析 改訂版、培風館
ISBN:4-563-00507

9

授業の進め方

- 授業はパワーポイントベースで進めます。
- ページ送りが早いときがあるため、2台のプロジェクタを併用します。
- 授業で使用するパワーポイントの一部をまとめ、毎週、研究室のWEBページに掲載します。(原則、授業前までに掲載)
- 大事などころで、ときどき出没します。



ポイント



要注意

ベクトル解析

第0週:ベクトルをどう考えるか



鈴木 孝明



郵便番号:1310 内線:2343 E-mail: suzuki@eng.kagawa-u.ac.jp

11

スカラーとベクトル

スカラー: 単位と数値だけで表せる量
長さ、質量、体積、温度、時間、密度、
エネルギー、電荷量、電位

ベクトル: 向きと大きさを持つ量
変位、速度、加速度、電磁気力、力のモーメント、角速度

12

役に立つベクトル解析

- 力学 : 物体に働く力と物体の運動を記述する体系
- 流体力学 : 流れる物体の運動を記述する体系
- 電磁気学 : 電気と磁気をまとめて取り扱う体系

13 **力学**
 一物体に働く力と物体の運動を記述する体系一

時刻 t における質点の位置を位置ベクトル $r(t)$ で表す。

質点の速度 $v = \frac{dr}{dt}$ 質点の加速度 $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}$

ニュートンの運動の第2法則

$$m \frac{dv}{dt} = f \quad \text{または} \quad m \frac{d^2r}{dt^2} = f$$

ベクトルを使ってスマートに記述できた

1. 方程式の主張がわかりやすい (質量と加速度の積=力)
2. 計算が効率的で見通しが良い (座標ごとの方程式を別々に書く必要がない)

14 **力学**

例: 中心力(万有引力) $m \frac{d^2r}{dt^2} = f = c(r)r$ を考える。

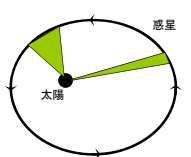
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} r \times \frac{dr}{dt} \right) = \frac{1}{2} \frac{dr}{dt} \times \frac{dr}{dt} + \frac{1}{2} r \times \frac{d^2r}{dt^2} = \frac{c(r)}{2m} r \times r = 0$$

面積速度

中心力のもとでは面積速度が一定

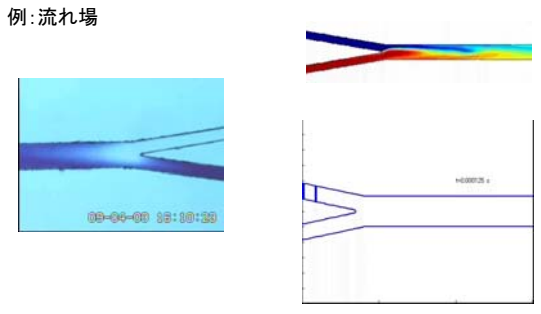
ケプラーの第2法則

惑星と太陽とを結ぶ線分が単位時間に描く面積は、一定である(面積速度一定)。



15 **流体力学**
 一流れる物体の運動を記述する体系一

例: 流れ場



16 **流体力学**

例: 質量保存則を考える

流体の密度場(スカラー場)を $\rho(r, t)$ 、流速場を $v(r, t)$ とおき、空間中の固定された領域 V とその表面 S を考える。

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = - \int_S \rho v \cdot dS$$

領域 V 中の総質量の増減は、 V の表面 S からの出入りに等しい

↓ ガウスの発散定理

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v) \quad \text{簡単に微分方程式になった!}$$

17 **電磁気学**
 一電気と磁気をまとめて取り扱う体系一

マクスウェル方程式
 アンペールやファラデーが発見した電気・磁気の法則をマクスウェルが4つの式にまとめた

電場 $E(r, t)$ 、磁場 $B(r, t)$ とおくと、

$$\begin{aligned} \nabla \cdot E &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \times E &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \cdot B &= 0 \\ c^2 \nabla \times B &= \frac{j}{\epsilon_0} + \frac{\partial E}{\partial t} \end{aligned}$$

微分演算: “発散”、“回転”が使われている

18 **電磁気学**

例: 波動方程式

電荷 ρ と電流 j を0とおき、マクスウェル方程式を考える。

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \nabla \times \frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla^2 E - \nabla(\nabla \cdot E) = \nabla^2 E$$

↓

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 E \quad \text{: 波動方程式}$$

真空中を光速 c で進む波(電磁波)

