

第15回 仮説検定

標本を調査して統計的仮説が正しいかどうかを検討する。



群馬大学 理工学府 知能機械創製部門

鈴木孝明

大学 マイクロマシン 検索



SMALLs make big goals!

検定に用いる統計量

43

① σ が既知の時、 μ を検定する場合：統計量 $T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ は、標準正規分布 $N(0, 1^2)$ に従う② σ が未知の時、 μ を検定する場合：統計量 $T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}}$ は、自由度 $n-1$ の t 分布に従う

$$\begin{aligned} & \text{不偏分散 } U^2 \\ &= \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n-1} \end{aligned}$$

③ μ が既知の時、 σ を検定する場合：統計量 $T = \frac{(X_1 - \mu)^2 + (X_2 - \mu)^2 + \dots + (X_n - \mu)^2}{\sigma^2}$ は、自由度 n の χ^2 分布に従う④ μ が未知の時、 σ を検定する場合：統計量 $T = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{\sigma^2}$ は、自由度 $n-1$ の χ^2 分布に従う

問題①：両側検定、片側検定

検定 (Hypothesis testing)

42

Step 1：帰無仮説 H_0 、対立仮説 H_1 を立てる。Step 2：帰無仮説 H_0 が正しいとして、標本の検定統計量 T を計算する。Step 3：得られた検定統計量 T の値が、統計量 T が従う分布で棄却域にあるか否かを判定する。棄却域にある \Rightarrow 帰無仮説 H_0 は棄却される。対立仮説 H_1 が採択される。棄却域にない \Rightarrow 帰無仮説 H_0 は採択される。

2変量の検定に用いる統計量

44

正規分布 $N(\mu_x, \sigma_x^2)$ に従う母集団Aと、 $N(\mu_y, \sigma_y^2)$ に従う母集団Bがある。Aから取り出したサンプルの変量： X_1, X_2, \dots, X_m 、その平均： \bar{X} Bから取り出したサンプルの変量： Y_1, Y_2, \dots, Y_n 、その平均： \bar{Y} ⑤ $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ であることを検定するためには、 $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ のもとで、統計量 $T = \frac{U_x^2}{U_y^2}$ は、自由度 $(m-1, n-1)$ の F 分布に従う

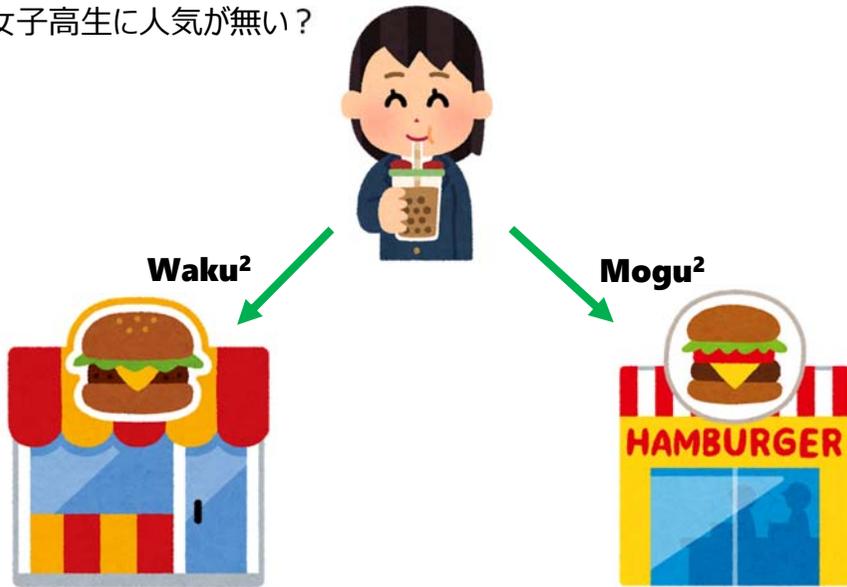
$$U_x^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_m - \bar{X})^2}{m-1}, U_y^2 = \frac{(Y_1 - \bar{Y})^2 + (Y_2 - \bar{Y})^2 + \dots + (Y_n - \bar{Y})^2}{n-1}$$

⑥ σ_x^2, σ_y^2 がともに既知のとき、 $\mu_x = \mu_y$ であることを検定するためには、 $\mu_x = \mu_y$ のもとで、統計量 $T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{m} + \frac{\sigma_y^2}{n}}}$ は、標準正規分布 $N(0, 1^2)$ に従う⑦ σ_x^2, σ_y^2 が等しいと見なせるとき、 $\mu_x = \mu_y$ であることを検定するためには、 $\mu_x = \mu_y$ のもとで、統計量 $T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) U_{xy}^2}}$ は、自由度 $(m+n-2)$ の t 分布に従う

$$U_{xy}^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_m - \bar{X})^2 + (Y_1 - \bar{Y})^2 + (Y_2 - \bar{Y})^2 + \dots + (Y_n - \bar{Y})^2}{m+n-2}$$



女子高生に人気が無い？



出展：統計学がわかる（向後、冨永著）



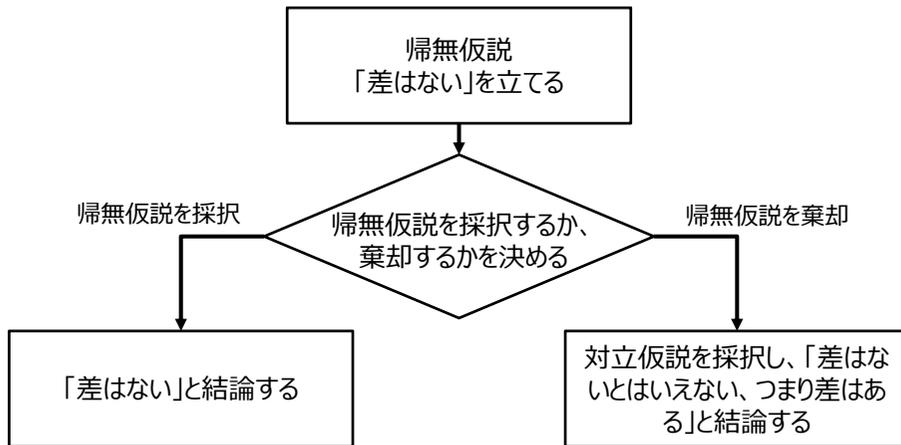
疑問：
女子高生に人気が無い？

方法：
無作為に抽出した女子高生8人に、2種類のハンバーガーを食べて比較してもらい、それぞれのハンバーガーに点数を付けてもらう。

女子高生	ワクワクバーガーの点数	モグモグバーガーの点数	点数の差
1	90	95	-5
2	75	80	-5
3	75	80	-5
4	75	80	-5
5	80	75	5
6	65	75	-10
7	75	80	-5
8	80	85	-5
標本平均	76.88	81.25	-4.38
標本分散	43.36	35.94	15.23

出展：統計学がわかる（向後、冨永著）
メモは不要です。計算してみましょう。

帰無仮説の流れ



なぜ、「差はない」という帰無仮説を最初に立てるのか？
「差はある」とすると、「大きな差がある」「小さな差がある」など、無限に立てられてしまう。
「差は無い」には、これ以外の形はなく、肯定・否定を単純に決められる。