機械基礎数理演習

第14回　区間推定

推定は，統計量を求め（統計学）、確率的に推定する（確率）作業です。今後の研究開発で、必須の素養のひとつです。

JST CREST EH

SYNC MEMS LAB.

群馬大学 理工学府 知能機械創製部門

鈴 木 孝 明

大学 マイクロマシン　検索

Waku² Burger ふたたび

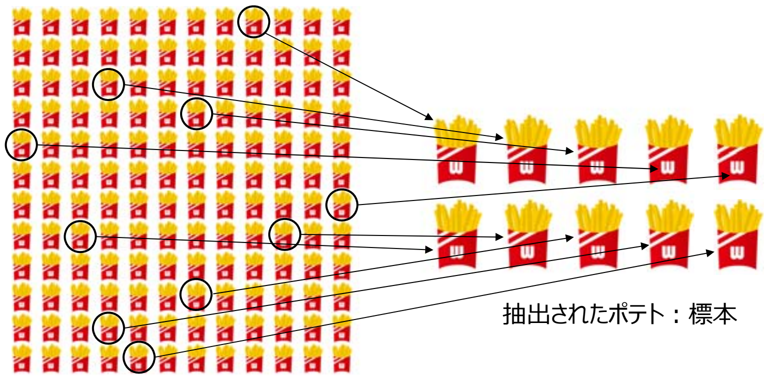
なんだか、今日のMサイズ、本数が少なくない？

長さじゃなくて、今度は本数！何本入ってる？

ただのイントロです。メモしなくて大丈夫。

すべてのポテトを数えるのは大変！

なので、母集団から標本を抽出する



このお店で作られたすべてのポテト：母集団

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
本数	47	51	49	50	49	46	51	48	52	49

平均：49.2本、分散：3.16、標準偏差1.78

出展：統計学がわかる（向後、冨永著）

ただのイントロです。メモしなくて大丈夫。

点推定 (point estimation)

知りたい母集団（母平均、母分散）をズバリ1つの数値（ピンポイント）で予想する。

点推定の２つの流儀

	不偏推定量による推定	最尤法による推定
母平均の推定	標本平均	標本平均
母分散の推定	不偏分散	標本分散

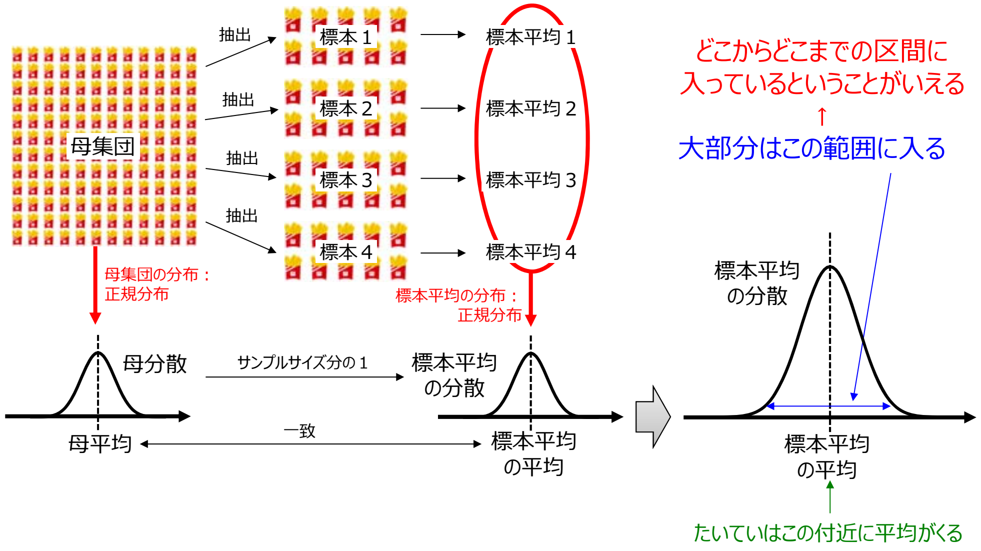
$$\text{不偏分散 } U^2 = \frac{(X_1-\bar{X})^2+(X_2-\bar{X})^2+\cdots+(X_n-\bar{X})^2}{n-1}$$

$$\text{標本分散 } \sigma^2 = \frac{(X_1-\bar{X})^2+(X_2-\bar{X})^2+\cdots+(X_n-\bar{X})^2}{n}$$

エンジニアがツールとして使用する場合のポイント：
サンプル数 n が大きくなれば、(n)で割っても、$(n-1)$で割っても差は無視できるようになるので、どちらを選ぶかに、あまりナーバスになる必要は無い。

サンプルサイズ10では、ほんとに平均なのか心配・・・。

でも、全部数えるのはイヤ・・・。 → そこで、区間推定！



出展：統計学がわかる（向後、冨永著）

区間推定 (interval estimation)

推定の正しさの度合い（区間）を考慮できる（幅を持たせて予想）。

仕方

① 母平均μ、母分散σ^2の母集団から取り出した標本の変量を

X_1、X_2、…X_nとして、μ、σ、X_1、X_2、…X_nから統計量 Tを作る。

② 統計量 Tの従う分布を特定する。

③ 信頼係数95%の信頼区間を求め Tについての不等式を立てる。

④ X_1、X_2、…X_nに、実際の値x_1、x_2、…x_nを代入する。

⑤ μ、σなどについて解く。

推定に用いる統計量

① σが既知の時、μを区間推定する。

統計量 $T = \dfrac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ は、標準正規分布$N(0, 1^2)$に従う

② σが未知の時、μを区間推定する。

統計量 $T = \dfrac{\bar{X}-\mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}}$ は、自由度$n-1$の t 分布に従う

③ μが既知の時、σを区間推定する。

統計量 $T = \dfrac{(X_1-\mu)^2+(X_2-\mu)^2+\cdots+(X_n-\mu)^2}{\sigma^2}$ は、自由度 n の χ^2 分布に従う

④ μが未知の時、σを区間推定する。

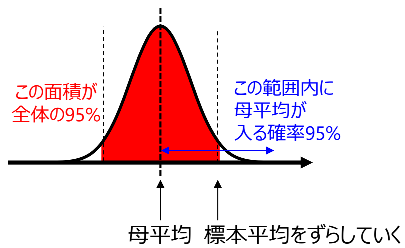
統計量 $T = \dfrac{(X_1-\bar{X})^2+(X_2-\bar{X})^2+\cdots+(X_n-\bar{X})^2}{\sigma^2}$ は、自由度 $n-1$ の χ^2 分布に従う

ここからここまでに入っている…という推定

測定したポテトの本数

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
本数	47	51	49	50	49	46	51	48	52	49

平均：49.2本、分散：3.16、標準偏差1.78



② σが未知のとき、μを区間推定する。

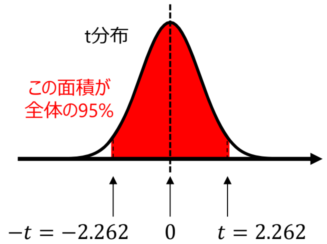
「統計量 $T = \dfrac{\bar{X}-\mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}}$ は、自由度 $n-1$ の t 分布に従う」

$\bar{X}$=49.2, 自由度=10−1=9, 不偏分散U=3.51

信頼区間95%

$$-2.262 \leqq \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}} \leqq 2.262$$

$$\therefore 47.86 \leqq \mu \leqq 50.54$$



信頼区間99%

$$-3.250 \leqq \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}} \leqq 3.250$$

$$\therefore 47.27 \leqq \mu \leqq 51.13$$

出展：統計学がわかる（向後、冨永著）