2019年度後期　理工学部　機械知能システム理工学科

2020年1月27日
@群馬大学総合研究棟402室

機械基礎数理演習

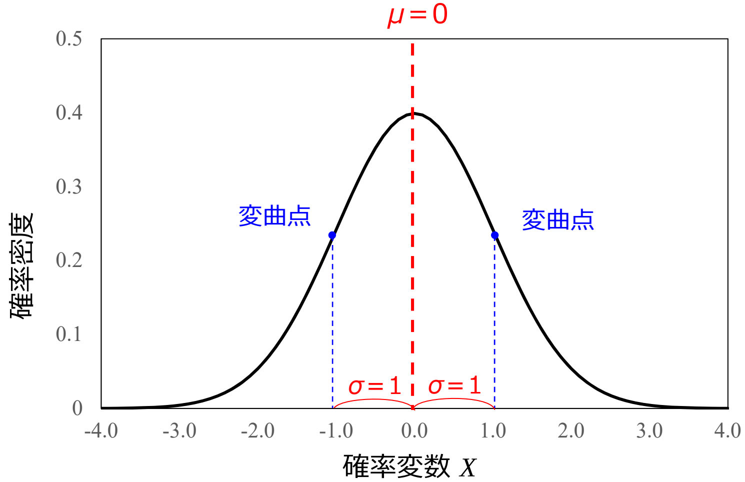
第13回　正規分布２
正規分布の特徴とその応用

群馬大学 理工学府 知能機械創製部門

鈴 木 孝 明

大学 マイクロマシン　検索

標準正規分布（standard normal distribution）



標準正規分布　$N(0,\ 1^2)$

平 均 値　$\mu=0$

標準偏差　$\sigma=1$

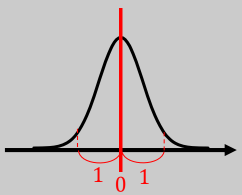
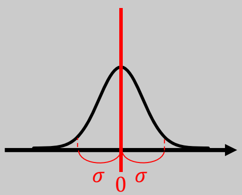
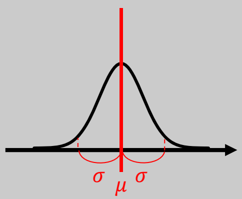
分　　散　$\sigma^2=1$

$$N(0,1^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

問題：面積の計算

正規分布と標準正規分布のちがい

変量の標準化（平均は0、標準偏差は1となる変量として考えることができるようになる。）

	X	$\xrightarrow{\mu\text{を引く}}$ $X-\mu$	$\xrightarrow{\sigma\text{で割る}}$ $\frac{X-\mu}{\sigma}$
平均	μ	$\mu-\mu=0$	$\frac{1}{\sigma}\cdot 0=0$
分散	σ^2	σ^2	$\frac{1}{\sigma^2}\cdot\sigma^2=1$
グラフ			
	$N(\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\xleftarrow{\mu\text{を足す}}$ $N(0,\sigma^2)$	$\xleftarrow{\sigma\text{をかける}}$ $N(0,1^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

標準化の役割

標準化すると、平均と標準偏差が一緒になるだけでなく、
相対度数分布のグラフがそっくりになる（形が一緒になる）ケースが結構ある。

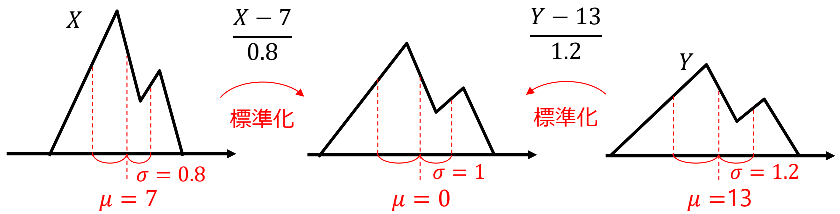
例）　○身長、×体重

- ある国の成人男子の身長データ
- ある植物の葉の長さ
- ある規格で工場で作ったネジの長さ

⇨

無作為に選んだサンプルの長さ X に対して、
X を標準化した $\frac{X-\mu}{\sigma}$ の相対度数分布グラフ

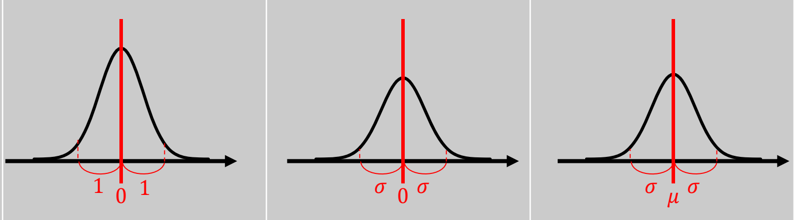
例）２つの相対度数分布グラフXとYを考える。

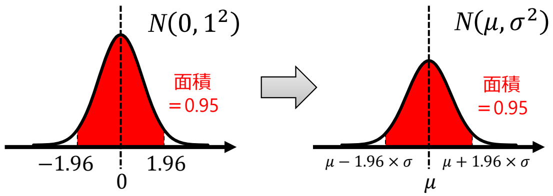


標準化すると、２つのグラフは、一致した。
→ 2つの資料（データ）には、似たような数理的背景があると推測される。

標準正規分布を一般の正規分布に戻してみる

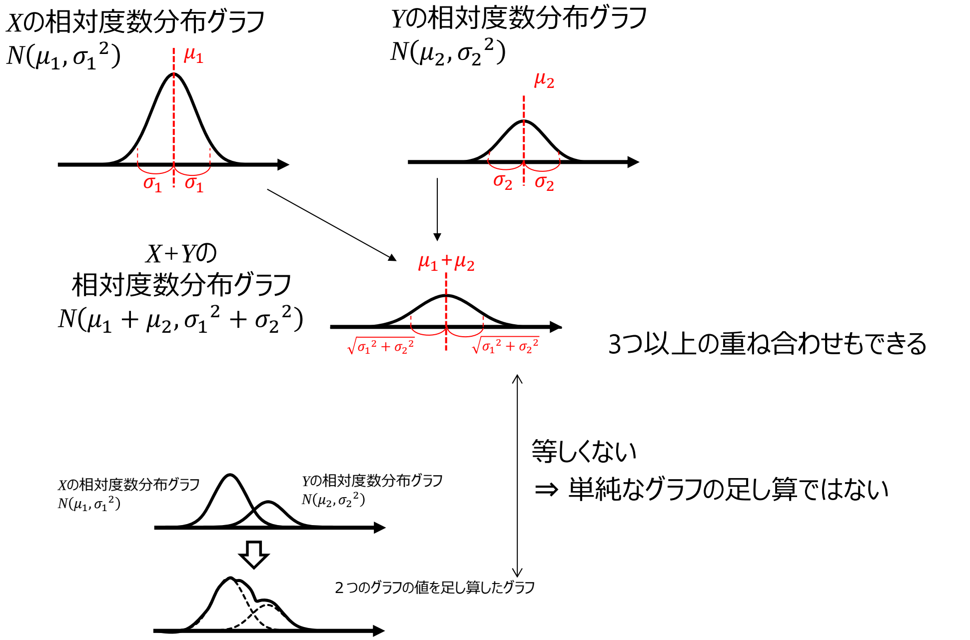
	X	μを引く →	$X-\mu$	σで割る →	$\dfrac{X-\mu}{\sigma}$
	$N(\mu,\sigma^2)$	← μを足す	$N(0,\sigma^2)$	← σをかける	$N(0,1^2)$





問題：面積の計算

正規分布の特徴１　～再生性（加法性）～

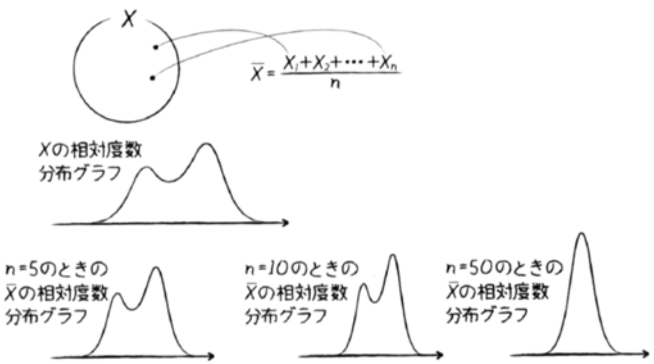


問題：部品の結合の計算

正規分布の特徴２　～中心極限定理～

平均値m、分散σ^2の母集団から、n個のお互いに独立な標本を抽出したとき、標本数nが十分大きければ、

$$\left.\begin{array}{l}\text{標本合計}X\text{の分布は、}N(nm,n\sigma^2)\text{に}\\[1ex] \text{標本平均}\bar{X}\text{の分布は、}N\left(m,\dfrac{\sigma^2}{n}\right)\text{に}\end{array}\right\}\ \text{近づく}$$



十分な個数のサンプルの平均の相対度数分布は正規分布に従う。